Pregunta 247

El enunciado de la pregunta es:

*247. ¿Cuál de las siguientes **NO** es una propiedad de los espacioes euclídeos?:*

Ninguna de las opciones propuestas como solución es válida, puesto que todas ellas se satisfacen en los espacios euclídeos.

La opción que ha sido dada como correcta, la 1, dice:

1. El producto interior es commutativo, (x,y)=(y,x).

Esta afirmación es correcta en los espacios euclídeos, que están definidos sobre el cuerpo de los números reales (Hoffman y Kunze, pag. 277). La propiedad general del producto interior es (Hoffman y Kunze, pag. 271)

$$(x, y) = (y, x)^*$$

donde el * significa complejo conjugado. Pero entonces, dado que los espacios euclídeos se definen sobre los números reales, el producto interior es commutativo en dichos espacios: *(x,y)=(y,x).*

En el libro de Juan de Burgos, pag. 256, se define espacio vectorial euclídeo como un espacio vectorial real dotado de producto escalar, y en la definición correspondiente de producto escalar se especifica la propiedad commutativa, (x,y)=(y,x), aunque ahí se usa la notación $\overline{x}\cdot\overline{y} = \overline{y}\cdot\overline{x}$.

Las otras propiedades son igualmente ciertas:

2. Todo conjunto de elementos ortogonales no nulo es independiente.
(Hoffman y Kunze, pags. 279 y 280, teorema 2; de Burgos, página 267)

3. Si x≠0 entonces $\|x\| > 0$

4. $\|c\,x\| = |c|\ \|x\|$ *siendo c escalar*

5. $\|x + y\| \le \|x\| + \|y\|$

Estas tres últimas propiedades se verifican también en los espacios euclídeos, como se demuestra en Hoffman y Kunze, pag. 277, teorema 1 y en de Burgos, página 259.

Así, la pregunta debe ser anulada puesto que ninguna de las opciones es una respuesta correcta (todas las afirmaciones son ciertas en los espacios euclídeos).

Referencias

K. Hoffman y R. Kunze, *Linear Algebra*, (second edition), Prentice Hall, 1971,
ISBN-10: 0135367972
ISBN-13: 978-0135367971
Adjunto fotocopia de las páginas mencionadas, 271, 277, 279 y 280.

Juan de Burgos Román, *Álgebra lineal*, McGraw-Hill, 1993
ISBN: 84-481-0134-0
Adjunto fotocopia de la páginas mencionadas: 256, 259 y 267.