

081. Solicito la anulación de la pregunta, ya que el enunciado da lugar a dudas sobre dos posibles respuestas correctas.

La redacción del enunciado presenta un espinor normalizado y solicita el cálculo de probabilidad de medición de la componente positiva de S_x sobre este. La respuesta dada por correcta se corresponde con la proyección del estado en la componente x habiendo asumido previamente que la dirección preferente en la que se expresa el momento angular es z . Si bien tomar la componente z como preferente es un estándar, tanto en la bibliografía como en la mayoría de desarrollos y problemas, conviene recordar que en el formalismo cuántico del momento angular no hay una dirección preferente per se, si no que nosotros asignamos una de tal forma que el resto conmuten adecuadamente, y podamos formar un CSCO con el momento angular del sistema.

Dado que el enunciado en ningún momento especifica que z es la dirección preferente, la respuesta 3 puede ser tan válida como la 2, ya que se ha supuesto que x es la dirección preferente, algo totalmente válido por el desarrollo matemático.

Solicito pues, la anulación de esta pregunta debido a que la redacción del enunciado induce a una respuesta doble, siendo las posibles respuestas correctas la 2 y la 3.

LIBRO 1:

Título: Quantum Mechanics Volume 1

Autor: Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu, Franck Laloë

Página: 646

Año de edición: 2005

Editorial: Wiley-VCH Verlag GmbH

shall adopt a more general point of view and define an angular momentum \mathbf{J} as any set of three observables J_x, J_y, J_z which satisfies:

$$\begin{cases} [J_x, J_y] = i\hbar J_z \\ [J_y, J_z] = i\hbar J_x \\ [J_z, J_x] = i\hbar J_y \end{cases} \quad (\text{B-9})$$

We then introduce the operator:

$$\mathbf{J}^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2 \quad (\text{B-10})$$

the (scalar) square of the angular momentum \mathbf{J} . This operator is Hermitian, since J_x, J_y and J_z are Hermitian. We shall assume that it is an observable. Let us show that \mathbf{J}^2 commutes with the three components of \mathbf{J} :

$$[\mathbf{J}^2, \mathbf{J}] = 0 \quad (\text{B-11})$$

We perform the calculation for J_x , for example:

$$\begin{aligned} [\mathbf{J}^2, J_x] &= [J_x^2 + J_y^2 + J_z^2, J_x] \\ &= [J_y^2, J_x] + [J_z^2, J_x] \end{aligned} \quad (\text{B-12})$$

since J_x obviously commutes with itself and, therefore, with its square. The other two commutators can be obtained easily from (B-9).

$$\begin{aligned} [J_y^2, J_x] &= J_y[J_y, J_x] + [J_y, J_x]J_y \\ &= -i\hbar J_y J_z - i\hbar J_z J_y \end{aligned} \quad (\text{B-13-a})$$

$$\begin{aligned} [J_z^2, J_x] &= J_z[J_z, J_x] + [J_z, J_x]J_z \\ &= i\hbar J_z J_y + i\hbar J_y J_z \end{aligned} \quad (\text{B-13-b})$$

The sum of these two commutators, which enters into (B-12), is indeed zero.

Angular momentum theory in quantum mechanics is founded entirely on the commutation relations (B-9). Note that these relations imply that it is impossible to measure simultaneously the three components of an angular momentum; however, \mathbf{J}^2 and any component of \mathbf{J} are compatible.

3. Statement of the problem

Let us return to the example of a spinless particle in a central potential, mentioned in the introduction. We shall see in chapter VII that, in this case, the three components of the angular momentum \mathbf{L} of the particle commute with the Hamiltonian H ; thus, this is also true for the operator \mathbf{L}^2 . We then have at our disposal four constants of the motion: $\mathbf{L}^2, L_x, L_y, L_z$. But these four operators do not all commute; to form a complete set of commuting observables with H , we must pick only \mathbf{L}^2 and one of the three other operators, L_z for example. For a particle subject to a central potential, we can then look for eigenstates of the Hamiltonian H which are also eigenvectors of \mathbf{L}^2 and L_z , without restricting the generality of the problem. However, it is impossible to obtain a basis of the state