Pregunta 7

Enunciado:

Una partícula se mueve en una órbita circular de radio a bajo la acción de un potencial central que la atrae hacia un punto O. Sean v1 y v2 los valores máximo y mínimo de su velocidad. ¿Cuál es el periodo de movimiento en dicha órbita?

Se pide IMPUGNACIÓN y ANULACIÓN de pregunta

Motivo:

En el enunciado del problema nos exponen una partícula que se mueve en un potencial central, y todo campo central tiene al menos dos constantes de movimiento: la energía mecánica total (por ser el campo conservativo) y el momento angular.

La expresión del momento angular es:

$$L = m\ x\ vr$$

Y como, en nuestro caso, r es a (valor constante), debemos suponer que la velocidad de la partícula debe ser constante (por conversación del momento angular).

Por ese motivo, no tiene sentido hablar de una partícula sometida a fuerzas centrales, con radio constante, y velocidad máximas y mínimas a lo largo de su órbita, pues está velocidad debe ser constante. Por ello se deduce que el periodo orbital de la partícula debe ser:

$$T = \frac{2\pi a}{v}$$

Por este motivo se pide la anulación de la pregunta, ya que el enunciado expone hechos aparentemente contradictorios.

Se pone de ejemplo captura del libro “Mecánica para la Ingenieria: Dinámica”, escrito por “Anthony Bedford”, en su página 210 del capítulo 5.

Movimiento bajo una fuerza central

Si la fuerza total que actúa sobre un cuerpo permanece dirigida hacia un punto fijo respecto a un marco de referencia inercial, se dice que el cuerpo se encuentra en **movimiento bajo una fuerza central**. El punto fijo se llama **centro del movimiento**. Los problemas de órbitas son los casos más familiares de movimientos bajo una fuerza central. Por ejemplo, la fuerza gravitatoria sobre un satélite de la Tierra permanece dirigida hacia el centro de la Tierra.

Si colocamos el punto de referencia O en el centro del movimiento (Fig. 5.15a), el vector de posición $\mathbf{r}$ es paralelo a la fuerza total, por lo que $\mathbf{r} \times \Sigma\mathbf{F}$ es igual a cero. Por consiguiente, la Ec. (5.21) indica que en un movimiento bajo una fuerza central, el momento angular del cuerpo se conserva:

$$\mathbf{H}_0 = \text{constante}. \tag{5.22}$$

En un movimiento bajo una fuerza central plano podemos expresar $\mathbf{r}$ y $\mathbf{v}$ en coordenadas cilíndricas (Fig. 5.15b):

$$\mathbf{r} = r\,\mathbf{e}_r, \qquad \mathbf{v} = v_r\,\mathbf{e}_r + v_\theta\,\mathbf{e}_\theta.$$

Sustituyendo estas expresiones en la Ec. (5.20) obtenemos el momento angular:

$$\mathbf{H}_0 = (r\,\mathbf{e}_r) \times m(v_r\,\mathbf{e}_r + v_\theta\,\mathbf{e}_\theta) = mrv_\theta\,\mathbf{e}_z.$$

En esta expresión vemos que en un movimiento plano bajo una fuerza central, *el producto de la distancia radial desde el centro del movimiento y la componente transversal de la velocidad es constante*:

$$r\,v_\theta = \text{constante}. \tag{5.23}$$