
19. Una esfera maciza uniforme de masa $m = 5.3$ kg y radio $r = 9$ cm rueda sin deslizar por un plano inclinado 30° con la horizontal. Si desciende desde una altura $h = 2$ m con una aceleración del centro de masas $a = 3 \text{ m/s}^2$, ¿cuál será la energía mecánica disipada?:

Como podemos ver en la bibliografía adjunta (TIPLER-MOSCA: "Física para la Ciencia y la Tecnología" Vol 1 (6ª ED), Editorial Reverté, 2008, ISBN: 9788429144291, págs. 201-246), el momento de inercia de una esfera maciza viene dada por

$$I = \frac{2}{5}mR^2$$

Vamos a proceder calculando la energía mecánica inicial y la energía mecánica final. La energía cinética viene dada por

$$T = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2. \quad (1)$$

Si la esfera parte del reposo, su energía cinética inicial es nula

$$T_0 = 0$$

La energía potencial inicial viene dada por

$$U_0 = mgh = 5,3 \cdot 9,8 \cdot 2 = 103,88 \text{ J}$$

Procedamos a calcular la energía mecánica final. Para ello, comenzamos calculando la velocidad final

$$d = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$\frac{2}{\text{sen}30^\circ} = \frac{1}{2}3t^2$$

De donde $t = 1,63 \text{ s}$.

La velocidad final será

$$v_f = v_0 + at = 0 + 3 \cdot 1,63 = 4,9 \text{ m/s}.$$

Y la velocidad angular de rotación será

$$\omega_f = \frac{v}{R} = \frac{4,9}{0,09} = 54,43 \text{ rad/s}.$$

Así pues, usando (1), se obtiene

$$T_f = \frac{1}{2} \cdot 5,3 \cdot 4,9^2 + \frac{1}{2} \cdot 5,3 \left(\frac{2}{5} \cdot 5,3 \cdot 0,09^2 \right) \cdot 54,43^2 = 89,06 \text{ J}$$

La energía potencial final será nula

$$U_f = 0$$

Por tanto, la variación de energía mecánica viene dada por

$$\Delta E_m = (T_f + U_f) - (T_0 + U_0) = 89,06 - 103,88 = -14,81 J$$

Nota: Debe haber una fuerza contraria al movimiento (ya sea rozamiento con el aire, fuerza aplicada, etc) puesto que calculando la aceleración que sufriría la esfera en su ausencia, esta sería

$$a = \frac{g \sen \alpha}{1 + k},$$

donde k es el factor que aparece en $I = kmR^2$, que para una esfera maciza vale $\frac{2}{5}$. Por tanto, la aceleración debería ser 3.5 m/s^2 en lugar de 3 m/s^2 como nos dan en el enunciado.

Por ello, dado que ninguna respuesta es correcta, solicito la **anulación** de la misma.