- **Nº de Pregunta:**

108

- **Descripción de la Impugnación:**

Solicito la anulación por no encontrarse la respuesta entre las opciones correctas.

- **Justificación:**

Los niveles de energía cambian debido a una corrección por masa nuclear finita, que se aplica cuando la masa de la partícula no es despreciable frente a la masa del núcleo. Esta corrección modifica las ecuaciones para los niveles energéticos, introduciendo la masa efectiva del sistema, de la siguiente forma:

$$E_n = -\left(\frac{E_o}{n^2}\right)\left[\frac{\mu}{m_e}\right]$$

En concreto, este ejercicio es igual al apartado b del Ejemplo 4-9 del libro de Eisberg y Resnick "*Física Cuántica. Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos y Partículas*" en la página 137 (ver imagen), en el que podemos ver que la relación correcta en el caso de un átomo muónico, con la corrección de masa finita, que se está pidiendo es la siguiente:

$$\boldsymbol{E_n} = -\left(\frac{E_o}{n^2}\right)\left[\frac{\mu}{m_e}\right] = -\left(\frac{E_o}{n^2}\right)\left[\frac{\frac{m_p m_\mu}{m_p + m_\mu}}{m_e}\right] = -\left(\frac{\boldsymbol{E_o}}{\boldsymbol{n^2}}\right)\left[\frac{\boldsymbol{m_p m_\mu}}{\boldsymbol{m_e(m_p + m_\mu)}}\right]$$

Como vemos no coincide con ninguna de las soluciones sugeridas. Y por esto solicito su anulación.

4.7 Corrección por masa nuclear finita

En la sección anterior se supuso que la masa del núcleo atómico era infinitamente grande comparada con la masa de los electrones del átomo, de manera que el núcleo permanecía fijo en el espacio. Esta es una buena aproximación aun para el hidrógeno que contiene al núcleo más ligero, ya que la masa de este núcleo es aproximadamente 2000 veces mayor que la masa del electrón. Sin embargo, los datos espectroscópicos son tan precisos, que antes de que se haga una comparación numérica detallada de estos datos con el modelo de Bohr se deberá tomar en cuenta el hecho de que la masa nuclear en realidad es finita. En tal caso tanto el electrón como el núcleo se moverán alrededor de su centro de masas común. Sin embargo, no es difícil demostrar que en ese sistema planetaroide el electrón se mueve en relación al núcleo como si el núcleo estuviera fijo y la masa m del electrón estuviera reducida ligeramente al valor μ, que es la *masa reducida* del sistema. Las ecuaciones del movimiento del sistema son las mismas que las que se consideraría si simplemente se substituye μ por m, donde

$$\mu = \frac{mM}{m + M} \qquad (4\text{-}20)$$

es menor que m por un factor $1/(1 + m/M)$ y M es la masa del núcleo.

Para manejar esta situación Bohr modificó su segundo postulado para exigir que el *impulso angular orbital total del átomo, L, fuera un múltiplo entero de la constante de Planck dividido entre* 2π. Lo cual se logra generalizando (4-15) a

$$\mu vr = n\hbar \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (4\text{-}21)$$

Usando μ en vez de m en esta ecuación, se toma en cuenta tanto el impulso angular del núcleo como el del electrón. Haciendo modificaciones similares al resto de la derivación de Bohr para el caso de masa nuclear finita, se encuentra que todas las ecuaciones son idénticas a las obtenidas

con anterioridad excepto que la masa del electrón m se ha substituido por la masa reducida μ. En particular, la fórmula para los recíprocos de las longitudes de onda de las líneas espectrales resulta

$$\kappa = R_M Z^2\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad \text{donde } \boxed{R_M = \frac{M}{m + M} R_\infty = \frac{\mu}{m} R_\infty} \qquad (4\text{-}22)$$

La cantidad R_M es *la constante de Rydberg para un núcleo de masa M*. Conforme $M/m \to \infty$, resulta que $R_M \to R_\infty$, que es la constante de Rydberg para un núcleo infinitamente pesado. En general, la constante de Rydberg R_M es menor que R_∞ por el factor $1/(1 + m/M)$. Para el caso más extremo que es el de hidrógeno, $M/m = 1836$ y R_M es menor que R_∞ por aproximadamente una parte en 2000.

Ejemplo 4-9. Un átomo *muónico* contiene un núcleo de carga Ze y un *muón* negativo, μ^-, que se mueve alrededor de él. El μ^- es una partícula elemental con carga $-e$ y una masa que es 207 veces mayor que la masa de un electrón. Tal átomo se forma cuando un protón, o algún otro núcleo, captura un μ^-.

(a) Calcular el radio de la primera órbita de Bohr para un átomo muónico con $Z = 1$.

La masa reducida del sistema, con $m_{\mu^-} = 207m_e$ y $M = 1836m_e$, es, de (4-20)

$$\mu = \frac{207m_e \times 1836m_e}{207m_e + 1836m_e} = 186m_e$$

Entonces, de (4-16) con $n = 1$, $Z = 1$, y $m = 186m_e$, se obtiene

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{186m_e e^2} = \frac{1}{186} \times 5.3 \times 10^{-11}\,\text{m} = 2.8 \times 10^{-13}\,\text{m} = 2.8 \times 10^{-3}\,\text{Å}$$

Por lo tanto el μ^- está más cerca de la superficie del núcleo (protón) de lo que está el electrón en el átomo de hidrógeno. Este es el hecho que hace interesantes a los átomos muónicos, cuyo estudio proporciona información acerca de las propiedades nucleares.

(b) Calcular la energía de enlace de un átomo muónico con $Z = 1$. De (4-18) con $Z = 1$, $n = 1$, y $m = \mu = 186m_e$, se tiene

$$\boxed{E = -186\frac{m_e e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 2\hbar^2} = -186 \times 13.6\,\text{eV} = -2530\,\text{eV}}$$

para la energía del estado base. En consecuencia la energía de enlace es 2530 eV.

BIBLIOGRAFÍA:

Título: Física Cuántica. Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos y Partículas

Autores: Eisberg, Resnick

Editorial: Limusa Wiley

Edición: 1996

Página: 136-138